



**EFFECT OF TIME DELAY ON THE TRANSMISSION MODEL OF
DENGUE HAEMORRHAGIC FEVER**

KOT PATANARAPELERT

๒

**With compliments
of
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหิดล**

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)
FACULTY OF GRADUATE STUDIES
MAHIDOL UNIVERSITY
2002

ISBN 974-04-2325-6
COPYRIGHT OF MAHIDOL UNIVERSITY

TH
K 872
2002
C.2

4236739 SCAM/M : MAJOR : APPLIED MATHEMATICS ;
M.Sc. (APPLIED MATHEMATICS)

KEY WORDS : DENGUE / TIME DELAY / HOPF BIFURCATION

KOT PATANARAPELERT: EFFECT OF TIME DELAY ON THE
TRANSMISSION MODEL OF DENGUE HAEMORRHAGIC FEVER.THESIS
ADVISORS: I-MING TANG, Ph.D., BENCHAWAN WIWATANAPATAPHEE,
Ph.D. 87 P. ISBN 974-04-2325-6

A mathematical model for the transmission of dengue haemorrhagic fever which was proposed by Esteva & Vargas (1998) is enlarged by taking into account the delay in the initiation of infective vectors involving the asymptotic rate of the exponential decline of vectors during the delay. We use the time delay parameter as an extrinsic incubation period of dengue virus that occurs after the vector bites an infectious human. Then we exhibit the conditions for the existence of the critical delay that leads to an appearance of the Hopf bifurcation at the endemic state. This shows that the delay influences the stability of the endemic equilibrium point. The set of parameters and the steady state of the model for which no delay exists have been used in the calculations. The numerical solution was used to support the theoretical results. Since the extrinsic incubation period depends on the environmental temperature, seasonal variation of the disease may result.

4236739 SCAM/M : สาขาวิชา : คณิตศาสตร์ประยุกต์ ; วท.ม. (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

กลศ พัฒนะพีเลิศ : ผลกระทบจากความช้าของเวลาต่อแบบจำลองของการระบาดของโรคไข้เลือดออกเดงกี (EFFECT OF TIME DELAY ON THE TRANSMISSION MODEL OF DENGUE HAEMORRHAGIC FEVER). คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ : ใอ มิ่ง ถัง, Ph.D., เบญจวรรณ วิวัฒนปฐพี, Ph.D. 87 หน้า. ISBN 974-04-2325-6

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ศึกษาการระบาดของโรคไข้เลือดออกเดงกีของ Lourdes Esteva และ Cristobal Vargas ถูกนำมาศึกษาเพิ่มเติมโดยคำนึงถึงระยะเวลาที่เชื้อไวรัสเดงกีเพาะตัวในยุง (extrinsic incubation period) จนกระทั่งยุงดังกล่าวอยู่ในสภาพที่พร้อมจะแพร่เชื้อต่อไป เราเรียกว่าความช้า (delay) ที่เกิดขึ้นในกระบวนการระบาด ในการพัฒนาแบบจำลองของ Lourdes Esteva และ Cristobal Vargas เราได้กำหนดให้ช่วงเวลาที่เชื้อไวรัสเพาะตัวในยุงเป็นตัวแปรเสริม (parameter) ในแบบจำลองและกำหนดให้อัตราการตายของยุงในช่วงระยะเวลานั้นอยู่ในรูปของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล หลังจากที่เราได้ปรับแบบจำลองใหม่แล้วก็ดำเนินการวิเคราะห์จนได้ผลลัพธ์ในรูปของเงื่อนไขของการเกิดค่าวิกฤตของการล่าช้า (critical delay) ซึ่งค่าวิกฤตนี้ส่งผลให้พฤติกรรมการระบาดแบ่งออกเป็นสองลักษณะ (Hopf Bifurcation) ภายใต้อัตราการระบาดอย่างเรื้อรัง (endemic state) ผลลัพธ์นี้แสดงให้เห็นว่าช่วงเวลาที่ล่าช้าที่เกิดขึ้นนี้มีอิทธิพลต่อการระบาดของโรคไข้เลือดออกโดยผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองได้ถูกนำมาแสดงเพื่อใช้ในการสนับสนุนสมมติฐานในการศึกษา และเพราะว่าอุณหภูมิของสภาพแวดล้อมเป็นปัจจัยตัวหนึ่งที่ทำให้เกิดความช้านี้ ดังนั้นฤดูกาลก็อาจมีผลกระทบต่อการระบาดด้วยเช่นเดียวกัน