

**DEGENERATE KERNEL METHOD FOR HAMMERSTEIN
INTEGRAL EQUATIONS: WAVELETS APPLICATION**

KHOMSAN NEAMPREM

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
(APPLIED MATHEMATICS)
FACULTY OF GRADUATE STUDIES
MAHIDOL UNIVERSITY**

2006

ISBN 974-04-6829-2

COPYRIGHT OF MAHIDOL UNIVERSITY

DEGENERATE KERNEL METHOD FOR HAMMERSTEIN INTEGRAL EQUATIONS: WAVELETS APPLICATION

KHOMSAN NEAMPREM 4636467 SCAM/M
M.Sc. (APPLIED MATHEMATICS)

THESIS ADVISORS : BORIBOON NOVAPRATEEP, Ph.D. (COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS), CHONTITA RATTANAKUL, Ph.D. (MATHEMATICS)

ABSTRACT

In this research the numerical solution of integral equations was studied and analyzed. Integral equations are used as mathematical models for many and varied physical situations, and integral equations also occur as reformulations of other mathematical problems. The Hammerstein integral equation is a nonlinear integral equation that has been widely studied. Hammerstein equations arise naturally in connection with the Laplace equation with a certain class of nonlinear boundary conditions. The Petrov-Galerkin method and the degenerate kernel method are often employed for approximating this equation. Alpert demonstrated that an application of a class of wavelet basis elements in the Galerkin approximation of the second kind Fredholm equation leads to a system of linear equations which is sparse. Furthermore, Kaneko et al. established a wavelet Petrov-Galerkin method and showed that it leads to a system of nonlinear equations which is also sparse.

The aim of this research is to find the numerical solution of Hammerstein integral equation by using degenerate kernel method with a class of wavelet bases. It is demonstrated that this implementation leads to a system of nonlinear equations which is sparse and which can therefore be solved with reduced computing time and computer memory. In addition, the study analyzes and compares the advantages and disadvantages of the wavelet Petrov-Galerkin solution and the wavelet degenerate kernel solution.

**KEY WORDS : DEGENERATE KERNEL METHOD / WAVELETS/
PETROV-GALERKIN METHOD / SPARSITY**

103 pp. ISBN 974-04-6829-2

วิธีดีเจเนอเรตเคอร์เนลสำหรับสมการเชิงปริพันธ์ไม่เชิงเส้นฮัมมีเทนโดยประยุกต์ใช้เวฟเลต
(DEGENERATE KERNEL METHOD FOR HAMMERSTEIN INTEGRAL EQUATIONS: WAVELETS APPLICATION)

คมสันต์ เนียมเปรม 4636467 SCAM/M

วท.ม. (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ : บริบูรณ์ เนาวประทีป, Ph.D. (COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS), ชนม์ทิศา รัตนกุล, Ph.D. (MATHEMATICS)

บทคัดย่อ

ปัญหาในทางวิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ส่วนใหญ่จะเกี่ยวข้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) และสมการหนึ่งตัวที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายคือ สมการลาปลาซ (Laplace equation) สมการนี้สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงปริพันธ์ (integral equation) ซึ่งมีชื่อรู้จักกันดีคือสมการเชิงปริพันธ์ไม่เชิงเส้นฮัมมีเทน (nonlinear Hammerstein integral equation) โดยเราได้นำวิธีการเชิงตัวเลขสองวิธีมาใช้ในการแก้ปัญหาคือวิธีพีทอฟ-กาเลอคิน (Petrov-Galerkin method) และวิธีดีเจเนอเรตเคอร์เนล (degenerate kernel method) จากบทความของอัลเพท (Alpert) ได้นำเวฟเลต (wavelets) มาประยุกต์ใช้กับวิธีการเลอคินสำหรับการหาคำตอบของสมการเชิงปริพันธ์เชิงเส้นเฟรดโฮล์มชนิดที่สอง (linear second kind Fredholm integral equation) และผลของการใช้เวฟเลตทำให้สมาชิกในระบบสมการเชิงเส้นที่เกี่ยวข้องมีจำนวนเบาบางลง (sparsity) นอกจากนี้ คานะโก (Kaneko) และคณะ ได้ทำการพัฒนาวิธีพีทอฟ-กาเลอคินโดยนำเวฟเลตมาประยุกต์ใช้กับสมการฮัมมีเทน และแสดงให้เห็นถึงระบบสมการไม่เชิงเส้นที่เกี่ยวข้องมีจำนวนสมาชิกเบาบางลงเช่นกัน

ในงานวิจัยนี้เราได้พัฒนาวิธีการดีเจเนอเรตเคอร์เนลโดยนำเวฟเลตมาประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบของสมการฮัมมีเทน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อทำให้ระบบสมการไม่เชิงเส้นที่เกี่ยวข้องมีจำนวนสมาชิกเบาบางลง เพื่อที่จะช่วยลดทอนเวลาในการคำนวณและประหยัดเนื้อที่ในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ นอกจากนี้เรายังทำการเปรียบเทียบวิธีดังกล่าวกับวิธีพีทอฟ-กาเลอคินโดยใช้เวฟเลต เพื่อวิเคราะห์ข้อดี ข้อเสียในการคำนวณหาคำตอบของทั้งสองวิธีการ โดยเราได้พัฒนาโปรแกรมภาษาซีเป็นโปรแกรมพื้นฐานที่ใช้ในการคำนวณ